

文章编号: 1000-7598-(2006) 05-0791-04

软土路基线性加载沉降曲线的研究

王 伟^{1,2}, 卢廷浩², 王晓妮²

(1.绍兴文理学院 土木工程系, 绍兴 312000; 2.河海大学 岩土工程研究所, 南京 210098)

摘 要: 分析了线性加载路基沉降的机理, 直接从一维固结度出发, 证明了沉降曲线呈 S 形状。对 Gompertz 模型、Logistic 模型、Weibull 模型等 3 种呈 S 形状的成长模型进行数学分析。前两种模型虽然使用广泛, 但不能反映加载速率和施工方法的影响, 反弯点处沉降值与最终沉降相对不变, 用它们进行基础全程沉降模拟具有一定的局限性; 相对而言, Weibull 模型具有较强的适用性。最后对路基沉降模拟提出了建议。

关 键 词: 路基沉降; 孔压滞后; 固结度; S 形曲线; 最终沉降; 拐点

中图分类号: TU 443

文献标识码: A

Study on settlement curve of ramp loading roadbed on soft ground

WANG Wei^{1,2}, LU Ting-hao², WANG Xiao-ni²

(1.Department of Civil Engineering, Shaoxing College of Art and Science, Shaoxing, 312000, China;

2.Institute of Geotechnical Engineering, Hohai University, Nanjing 210098, China)

Abstract: Mechanism of settlement of ramp loading roadbed on soft ground is analyzed; and proof of settlement-time curve appearing S-shape is conducted directly based on consolidation degree of one-dimension soil consolidation theory. Mathematical analyses of Gompertz, logistic, Weibull growth model that appearing S-shape are conducted. Although Gompertz, logistic growth models are adopted extensively to predict settlement of ramp loading roadbed, they have deficiencies such as: (1) neglecting loading velocity; (2) neglecting construction art; (3) relative constant ratio of settlement at inflection point to ultimate settlement. Good usability of Weibull growth model is pointed out. Finally, suggests on prediction of soft roadbed settlement are proposed.

Key words: settlement of roadbed; consolidation degree; S-shape curve; ultimate settlement; inflection point

1 引 言

随着土木工程建设事业的迅猛发展, 软土地基上修建的公路越来越多, 较准确确定铺设路面的时间以及工后沉降成为软土地基公路建设中迫切需要解决的重大课题, 这对公路营运质量具有重要的理论价值与工程实际意义^[1,2]。

目前, 预测路基沉降的方法主要有固结理论法和数学曲线模拟法两类。第一类方法从土的本构模型出发, 采用 Biot 固结理论的数值方法分析。这种方法关键是土体本构模型和土工参数的选取, 但通常因本构模型与工程实际存在较大差距, 且土工参数确定的可靠性也不高, 致使预测结果很难用于指导工程实践。第二类方法是结合现场施工沉降动态观测, 利用施工期沉降观测资料推算后面时刻沉降的发展, 预测未来的沉降量, 常用的曲线模型如双

曲线法模型、Gompertz 模型、Logistic 模型、Weibull 模型、星野法等, 但是这些模型的预测结果与工程实际结果均存在较大差异^[1~6]。差异的存在一方面是用来预测沉降的数学模型本身有缺陷, 一方面与动态观测的数据以及数据的选用有关。

本文首先在线性加载的假设下给出了一种沉降-时间曲线应呈 S 形状的简单证明, 而后结合软土路基沉降发展规律对几种常用的预测沉降的数学曲线进行分析, 指出其不足之处, 并对影响沉降曲线的因素进行了讨论。

2 沉降机理分析

软土路基主要组成为黏粒及粉粒, 且黏粒含量高, 天然含水量大, 一般孔隙比 $e > 1.0$, 甚至 $e > 3.0$, 故受荷后压缩量大, 其沉降量远超过一般路堤的沉降量。另外, 虽然软土孔隙比大, 但单个孔隙却很

小, 水在孔隙中流动困难, 渗透性低, 因此受荷后水难以很快排出, 压缩稳定所需时间长^[1,2]。

大量现场沉降观测资料表明, 软土路基沉降伴随明显的侧向变形, 基本经历了发生~发展~稳定~极限的变化过程。刚加载时, 土体处于弹性状态, 由于土体的侧向变形使其处于剪切状态, 沉降瞬时发生。在加载期内, 地基土内的超静孔隙水压力消散速度快, 土体进入弹塑性状态; 随着塑性区的发展, 沉降速度逐渐加快。荷载施加完毕后, 超孔隙水压力逐渐减小, 消散速度减慢, 路基沉降处于稳定状态, 随着沉降速度的减小, 沉降最后趋于一稳定值。路基的沉降一直增大, 但变化率先增大后减小, 最后增长速度为零, 从数学的角度看, 沉降-时间曲线应呈 S 形状, 这也和多数现场沉降观测相吻合。

3 沉降呈 S 形状的证明

根据一维固结理论, 瞬时加载时, 沉降曲线呈双曲线形; 文献[7]从孔压消散的角度给出了一种线性加载时沉降曲线呈 S 形状的证明, 但较为繁琐; 本文直接从固结度出发, 对沉降曲线呈 S 形状进行简单证明。为方便讨论, 把线性加载过程中的固结度记为 U_1 , 加载完毕后的固结度记为 U_2 , 它们都是时间的函数, 以加载开始为时间起点, 见图 1。

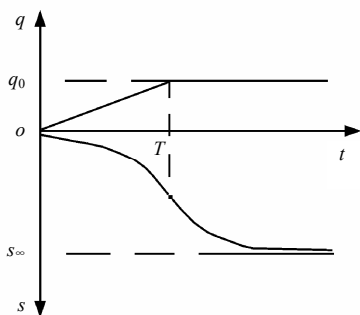


图 1 沉降 s -时间 t 曲线
Fig. 1 s - t curve

根据文献[8], 固结度可表示为

$$\left. \begin{aligned} U_1 &= \frac{t}{T} - \frac{2H^2}{c_v T} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{M^4} \left[1 - \exp\left(-\frac{M^2}{H^2} c_v t\right) \right] & (t \leq T) \\ U_2 &= 1 - \frac{2H^2}{c_v T} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{M^4} \left[1 - \exp\left(-\frac{M^2}{H^2} c_v T\right) \right] \cdot \\ &\quad \exp\left(-\frac{M^2}{H^2} c_v (t-T)\right) & (t > T) \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

式中 T 为线性加载历时; t 为计算时刻; c_v 为固结系数; H 为最大渗径; $M = (2m+1)\pi/2$, m 为非负整数。

同样, 把线性加载过程中的沉降记为 s_1 , 加载完毕后的沉降记为 s_2 , 最终沉降记为 s_∞ 。根据沉降与固结度的关系^[9], t 时刻的沉降可表示为

$$s_t = \begin{cases} s_1 = s_\infty U_1 & (t \leq T) \\ s_2 = s_\infty U_2 & (t > T) \end{cases} \quad (2)$$

结合式 (1), 式 (2), 考虑 $\sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{(2m+1)^2} = \frac{\pi^2}{8}$,

$$1 \geq \exp\left(-\frac{M^2}{H^2} c_v t\right) > 0, \text{ 有}$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{ds_1}{dt} &= \frac{s_\infty}{T} \left\{ 1 - \frac{8}{\pi^2} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{(2m+1)^2} \exp\left(-\frac{M^2}{H^2} c_v t\right) \right\} \geq 0 \\ \frac{ds_2}{dt} &= \frac{8s_\infty}{T} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{(2m+1)^2} \left[1 - \exp\left(-\frac{M^2}{H^2} c_v T\right) \right] \cdot \\ &\quad \exp\left(-\frac{M^2}{H^2} c_v (t-T)\right) > 0 \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

对式 (3) 求导:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^2 s_1}{dt^2} &= \frac{8s_\infty}{H^2 T \pi^2} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{(2m+1)^2} \exp\left(-\frac{M^2}{H^2} c_v t\right) > 0 \\ \frac{d^2 s_2}{dt^2} &= -\frac{2s_\infty c_v}{H^2 T} \sum_{m=0}^{\infty} \left[1 - \exp\left(-\frac{M^2}{H^2} c_v T\right) \right] \cdot \\ &\quad \exp\left(-\frac{M^2}{H^2} c_v (t-T)\right) < 0 \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

结合式 (3)、式 (4) 可知, 线性加载时, 路基的沉降曲线呈图 1 所示的 S 形状。

4 S 形状曲线的数学模型

4.1 数学模型及其导数

在生物界, 生物个体通常都将经历一个发生、成长、成熟和衰老的发展演变过程, 描述该过程的模型常称为成长曲线模型。其假定函数随时间 t 为单调增长函数 $f(t)$, 且前期呈加速度增长, 一段时间后增长速度变缓, 最终趋于一稳定值, 故成长曲线在直角坐标系内呈 S 形状。这与实际观测的路基沉降随时间变化曲线很相似, 类似地人们把路基沉降曲线也称作成长曲线, 相应地分析模型也称作成长模型。基于此, 诸多研究者对寻找呈 S 形状的数学模型以模拟路基沉降的全过程很感兴趣, 常用的模型主要有下面三种, 其中的参数 a , b , r 均为正

数。下面对其数学性质进行简单分析。

4.1.1 Gompertz 成长模型

Gompertz 成长模型又称复指数模型, 模型本身及一阶导数、二阶导数的表达为

$$\left. \begin{aligned} f_1 &= s_{\infty} \exp[-a \exp(-bt)] \\ f_1' &= s_{\infty} ab \exp[-a \exp(-bt) - bt] \\ f_1'' &= s_{\infty} a^2 b \exp[-a \exp(-bt) - bt] [a \exp(-bt) - 1] \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

4.1.2 Logistic 模型

该模型又称逻辑曲线模型、增长曲线模型、泊松曲线模型等^[3~6], 模型本身及一阶导数、二阶导数的表达为

$$\left. \begin{aligned} f_2 &= s_{\infty} [1 + a \exp(-bt)]^{-1} \\ f_2' &= s_{\infty} ab \exp(-bt) [1 + a \exp(-bt)]^{-2} \\ f_2'' &= s_{\infty} ab^2 [1 + a \exp(-bt)]^{-3} [a \exp(-bt) - 1] \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

4.1.3 Weibull 模型

此模型本身及一阶导数、二阶导数的表达为

$$\left. \begin{aligned} f_3 &= s_{\infty} - a \exp(-bt^r) \\ f_3' &= abrt^{r-1} \exp(-bt^r) \\ f_3'' &= abrt^{r-2} \exp(-bt^r) (r - 1 - rbt^r) \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

4.2 三种模型应用的优缺点

根据上述模型不难得出: $f_1(0) = s_{\infty} \exp(-a) \neq 0$, $f_2(0) = s_{\infty} (1 + a)^{-1} \neq 0$, $f_3(0) = s_{\infty} - a \neq 0$, 说明三曲线都不经过坐标原点, 都可以反映瞬时沉降; $f_1(\infty) = f_2(\infty) = f_3(\infty) = s_{\infty}$, 说明它们都有相同的极限 s_{∞} 。由于 a, b, r 均为正数, 它们的一阶导数均大于零, 二阶导数开始大于零, 而后小于零, 具有反弯点, 均具有 S 形状, 能够反映沉降发生、发展、稳定极限的全过程。

为了对三种曲线进行进一步的比较, 有必要考查其反弯点情况。记反弯点处的函数值为 f^T , 则

$$\left. \begin{aligned} f_1^T &= f_1 \Big|_{(a \exp(-bt) - 1 = 0)} = s_{\infty} / e = 0.37 s_{\infty} \\ f_2^T &= f_2 \Big|_{(a \exp(-bt) - 1 = 0)} = s_{\infty} / 2 = 0.50 s_{\infty} \\ f_3^T &= f_3 \Big|_{(r - 1 - rbt^r = 0)} = s_{\infty} - a \exp(r^{-1} - 1) \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

由式 (8) 可见, f_1^T , f_2^T 与最终沉降 s_{∞} 的比值为定值, 与模型的参数无关, 无法反映施工工艺和路基处理的影响, 这显然是不合适的。

现举一算例进行分析。假定某一路基为均质地基, 分 A, B, C, D 四段施工, A, D 段采用堆载预压, B 段采用真空预压, C 段采用真空堆载联合预压, 各路段堆载填土高度相同, A, B, C 三路段历时相同为 T , D 路段堆载历时为 $0.75T$ 。假定堆载完成后, 四路段的沉降分别为 40, 60, 70, 50 cm。如果按一维固结理论, 加载完毕后的沉降值即为反弯点沉降值, 前两种模型算出的 4 路段最终沉降见表 1。表 1 表明, 无论参数怎么选取, 它们预测的最终沉降仅与施工结束时的沉降有关, 显然与实际情况大相径庭。A, D 两段仅仅加荷速率不同, 它们的最终沉降应该基本相同, 但表 1 中两种模型的预测各自相差很大, 说明它们在路堤沉降预测中是不太合适的。

表 1 两模型预测最终沉降(单位: cm)

Table 1 Ultimate settlements prediction of two models (unit: cm)

模型	A 路段	B 路段	C 路段	D 路段
Gompertz	109	163	190	136
Logistic	80	120	140	100

路基的沉降实际上不只是一维固结问题, 特别是在使用真空预压时, 机理更加复杂。但无论是几维问题, 可以肯定的是, 路段路基在荷载一定的情况下, 不同施工工艺引起竣工沉降必然有很大差异, 但反弯点位置应基本在堆载完毕时, 最终沉降应基本相同, 表 1 中的两种模型使用时应慎重。

式 (8) 同时说明, Weibull 模型反弯点处的沉降值与参数有关, 与其他两种模型相比有较强的适用范围, 对此笔者将另文详加讨论。

5 路基沉降的进一步讨论

路基沉降是一个复杂的岩土工程问题, 采用 S 形状曲线预测沉降的全过程固然重要, 但目前的预测模型还有待进一步改进, 只有 Weibull 模型有较强的使用范围。通常人们关心的是工后沉降的发展, 采用基于瞬时加载固结度配点法、双曲线法对工后沉降进行模拟; 值得注意的是, 这类曲线模型没有反弯点, 而实际工程反弯点的位置又基本上发生在竣工后一段时间, 所以必须判断采用反弯点以后的数据进行模型参数反演, 否则如果采用反弯点以前的数据进行参数反演, 由于曲线的走势发生了根本的变化, 所预测的后期沉降必定失去应有的意义。

在实际工程中, 路基的堆载也不是理想的线性

加载, 其沉降曲线是多个 S 形状曲线的叠加, 纵然是有学者对多级加载采用了数学曲线的叠加模拟, 由于采用的单个 S 形状模型存在不足^[5], 叠加后的预测结果必定无法满足工程需要。由于 Weibull 模型具有较好的适用性, 可以考虑采用 Weibull 模型和固结理论相结合的方法对多级加载动态沉降进行模拟, 对此需要进一步的研究和探讨。

参考文献

- [1] 河海大学, 江苏宁沪高速公路股份有限公司. 交通土建软土地基工程手册[M]. 北京: 人民交通出版社, 2001.
- [2] 刘玉卓. 公路工程软基处理[M]. 北京: 人民交通出版社, 2002.
- [3] 宰金珉, 梅国雄. 全过程的沉降量预测方法研究[J]. 岩土力学, 2000, 21(4): 322—325.
ZAI Jin-min, MEI Guo-xiong. Forecast method of settlement during complete process of construction and operation[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2000, 21(4): 322—325.
- [4] 赵明华, 刘煜, 曹文贵. 软土路基沉降发展规律及其预测[J]. 中南大学学报(自然科学版), 2004, 35(1): 157—161.
ZHAO Ming-hua, LIU Yu, CAO Wen-gui. The developing regularity and forecasting of settlement in soft clay roadbed[J]. **Journal of Central South University (nature science)**, 2004, 35(1): 157—161.
- [5] 王志亮, 郑明新, 吴勇, 等. 增加曲线模型在路基沉降预测中的应用研究[J]. 岩土力学, 2004, 25(6): 901—903.
WANG Zhi-liang, ZHENG Ming-xin, WU Yong, et al. Study on application of logistic curve model to settlement prediction of roadbed subjected to multilevel loadings[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2004, 25(6): 901—903.
- [6] 冯震, 祝海涛, 熊仲华. 泊松曲线预测路基沉降. 华东地质学院学报, 2004, (2): 39—40.
FENG Zhen, ZHU Hai-tao, XIONG Zhong-hua. Forecasting embankment settlement with poisson model[J]. **Journal of East China Geological Institute**, 2003, (2): 39—40.
- [7] 梅国雄, 宰金珉, 殷宗泽, 等. 沉降时间曲线呈“S”型的证明[J]. 岩土力学, 2004, 25(1): 20—22.
MEI Guo-xiong, ZAI Jin-min, YIN Zong-ze, et al. Proof of s-t curve appearing “S” shape based on one dimensional consolidation theory[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2004, 25(1): 20—22.
- [8] Das B M. Advanced soil mechanics[M]. New York: Hemisphere publishing corporation, 1983. 280—282.
- [9] 卢廷浩. 土力学[M]. 南京: 河海大学出版社, 2002.
- [3] 薄景山, 李秀领, 刘红帅. 土层结构对地表加速度峰值的影响[J]. 地震工程与工程振动, 2003, 23(3): 35—40.
BAO Jin-shan, LI Xiu-ling, LIU Hong-shuai. Effects of soil construction on peak acceralations of ground motion [J]. **Earthauke Engineering and Engineering Vibration**, 2003, 23(3): 35—40.
- [4] 庄迎春, 谢康和, 朱益军, 等. 地层组合对砂土液化的影响分析[J]. 岩土力学, 2003, 24(6): 991—996.
ZHUANG Ying-chun, XIE Kang-he, ZHU Yi-jun, et al. Analysis for influence of multi-layered soil stratum on sand liquefaction[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2003, 24(6): 991—996.
- [5] Li X S. Reduced-order sand model for ground response analysis[J]. **Journal of Engineering Mechanics**, 1996, 122(9): 872—881.
- [6] 蔡宏英, 周健. 深厚覆盖软土地层多向地震动力反应分析[J]. 同济大学学报, 2000, 28(2): 177—182.
CAI Hong-ying, ZHOU Jian. Elasto-plastic dynamic response of horizontally layered sites under multidirectional earthquake shaking[J]. **Journal of Tongji University**, 2000, 28(2): 177—182.
- [7] 王天龙, 胡文尧. 上海覆盖土层的地震反应分析[A]. 高大钊主编. 软土地基理论与实践[C]. 北京: 中国建筑工业出版社, 1992, 55—61.
- [8] 黄雨, 叶为民, 唐益群, 等. 上海深厚饱和覆盖土层的动力耦合地震反应分析[J]. 岩土力学, 2002, 23(4): 411—416.
HUANG Yu, YE Wei-min, TANG Yi-qun, et al. Coupled seismic response analysis of deep saturated soil covering layers in Shanghai[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2002, 23(4): 411—416.
- [9] 周健, 屠洪权, 缪俊发. 地下水位与环境岩土工程[M]. 上海: 同济大学出版社, 1994.

上接第 790 页